

## BAYES TEORİSİNİN SU ÜRÜNLERİNDE KULLANIM OLANAKLARI

**Mustafa Akar, Sedat Gündoğdu\***

Çukurova Üniversitesi Su Ürünleri Fakültesi Temel Bilimler Bölümü, Adana-Türkiye

Received: 24.01.2013 / Accepted: 20.08.2013 / Published online: 28.12.2013

**Öz:**

Bu çalışma ile Bayesyen istatistik yöntemin, su ürünleri alanındaki uygulama olanakları araştırılmıştır. Balıkçılık çalışmalarında kullanılan boy-ağırlık verilerine doğrusal regresyon yapılarak hem Bayesyen istatistik yöntem hem de klasik istatistik yöntemle ilgili parametreler ve güven aralıkları tahmin edilmiştir. Sonuçta, Bayesyen yaklaşımın klasik yaklaşımdan daha isabetli ve güvenilir olduğu saptanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Bayesyen istatistik yöntem, Boy-Ağırlık, Doğrusal regresyon, Klasik istatistik yöntem, Balıkçılık

**Abstract:**

### The Usage of Bayes Theory in Fisheries Sciences

In this study, we have examined the focus of using the Bayes statistical method to the field of fisheries. It has been estimated the parameters and confidence intervals for length-weight simple linear regression in fisheries by applying the Bayesian and classical statistical methods. Therefore, it could be concluded that the Bayesian approach was better than classical statistical method in the sense of efficiency and giving narrow confident intervals.

**Keywords:** Bayesian statistical method, Length-Weight, Simple linear regression, Classical statistical methods, Fisheries

\* Correspondence to:

Sedat GÜNDOĞDU, Çukurova Üniversitesi Su Ürünleri Fakültesi Temel Bilimler Bölümü, Adana-TÜRKİYE

Tel: (+90 322) 338 60 84/2961-157 Fax: (+90 322) 338 64 39

E-mail: [sgundogdu@cu.edu.tr](mailto:sgundogdu@cu.edu.tr)

## Giriş

İstatistiki metotların, doğanın ve içerisinde barındırdığı canlıların biyo-ekolojik özelliklerinin anlaşılmasında kullanımı oldukça yaygındır. Canlıların yayılım mekanizmaları, büyüme dinamikleri, birbirleriyle olan ilişkileri, üremeleri ve daha birçok özelliği, istatistiki metotlar kullanılmadan anlaşılabilir değildir. Bu nedenle, istatistik bilimi, zaman içerisinde tüm diğer bilim dallarının temelinde yerleşmiş ve temel bir bilim dalı haline almıştır. Bu da birçok alanda yeni istatistik metotların doğmasına neden olmuştur.

İstatistik biliminin gelişim sürecinde temel olarak iki farklı yaklaşımın etkili olduğunu iddia etmek pek yanlış olmaz. Bunlar; klasik yaklaşım ve Bayesyen yaklaşımdır (Ekici, 2009; Wade, 2000; Kinan ve Andrade, 2007; Mc Charty, 2007). Bayesyen yaklaşımın temelleri, 1763 yılında İngiliz rahip ve matematikçi olan Thomas Bayes tarafından yazılan, ancak ölümünden belli bir süre sonra arkadaşı Richard Price tarafından yayınlanan “*An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Changes*” isimli makaleyle atılmıştır. Bu makale, günümüzde kullanılan Bayesyen yaklaşımının da temelini oluşturmaktadır (McCarthy, 2007; Ekici, 2009; Link ve Barker, 2010; Savchuk ve Tsokos, 2011). Her ne kadar ortaya çıkışı üzerinden 250 yıl geçmiş olsa da, teori, popülerliğine 1950’den sonra kavuşma şansı bulmuştur. Bu tarihlerden sonra özellikle ekonomide, genetikte, mühendislikte ve sağlık bilimlerinde yaygın olarak kullanılmıştır. Su ürünlerindeki kullanımı ise son 20 yıla denk gelmektedir. Ülkemizde ise henüz su ürünleri alanında yapılmış bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışmayla bu alan için bir başlangıç yapılmaya çalışılmıştır.

Özellikle balıkçılık araştırmaları gibi doğal populasyonların korunmasını, sürdürülebilirliğini ve anlaşılmasını amaçlayan araştırmalardan elde edilen sonuçlar, söz konusu populasyonların geleceğini doğrudan etkilemektedir. Yine balık üretimi gibi besin arzını direkt ilgilendiren alanlarda, özellikle birim hacme düşen ürünün maksimize edilmesi açısından, denemelerin planlanması, yürütülmesi ve elde edilen sonuçların uygun istatistiki metotlar yardımıyla analiz edilmesi ve yorumu, oldukça önem arz etmektedir. Bu bağlamda gelişen bilimsel bilginin daha isabetli tahmin yapmada kullanılması elzem olmakla birlikte kaçınılmaz hale gelmektedir.

## Materyal ve Metot

### Bayes Teoremi

Bayes teoremi matematiksel istatistiğin önemli bir teoremidir. Bu teorem; herhangi bir durumun modelini oluşturmada evrensel doğruları ve gözlemleri kullanarak sonuçlar üretmeyi amaçlar. Kesinlik içermeyen bir bilginin tahmininde, gözlemleri ve sübjektif görüşleri kullanması ise bu yaklaşımı, klasik istatistiksel yöntemlerden ayrıran en önemli özelliğidir (Ekici, 2009; Çevik, 2009; Box ve Tiao, 1992; Congdon, 2003; Link ve Barker, 2010).

Bayes teoremi koşullu olasılık tanımından elde edilen bir teoremdir. Buna göre Bayes teoremini tanımlayacak olursak; herhangi A ve B gibi iki olay için B bilindiğinde A’nın olma olasılığı;

$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B), \quad P(B) > 0 \quad (1)$$

olur ve A olayı bilindiğinde B’nin olma olasılığı da;

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A), \quad P(A) > 0 \quad (2)$$

olur. Koşullu olasılığın bu tanımını genelleştirecek olursak; bir örnek uzayı içerisinde tümü B olayıyla kesişen ve birbirini karşılıklı olarak engelleyen k tane A olayı olduğunu varsayalım. B olayı bilindiğinde  $A_i$  olayının olma olasılığı;

$$P(A_i|B) = P(A_i) \cdot P(B|A_i) / P(B) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (3)$$

olacaktır. Eşitlik (3)’teki P(B)’nin açılımı aşağıda verilmiştir.

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + \dots + P(A_k) \cdot P(B|A_k) = \sum_{j=1}^k P(A_j) \cdot P(B|A_j) \quad (4)$$

Eşitlik (4), eşitlik (3)’te yerine konulduğunda;

$$P(A_i|B) = P(A_i) \cdot P(B|A_i) / \sum_{j=1}^k P(A_j) \cdot P(B|A_j), \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

elde edilir ki bu da Bayes Teoremidir (Lindley, 1972; DeGroot, 1989; Box ve Tiao, 1992; Congdon, 2003; Lee, 2004; McCarthy, 2007; Link ve Barker, 2010; Savchuk ve Tsokos, 2011).

Bayes Teoreminin uygulanabilmesi için  $P(A_i)$  olarak verilen ön bilgi olasılıklarının bilinmesi gerekmektedir. Bu teoremden hareketle parametre tahmini yapılabilir. Uygulamada kullanılan Bayes teorisinin elde edilmesi ise şu şekilde yapılmaktadır. Eğer  $p(\cdot)$  bir olasılık fonksiyonunu,  $\theta$  parametre vektörünü,  $y$  gözlemlere ait vektörü ve  $p(y, \theta)$  da ortak olasılık fonksiyonunu gösterirse;

$$p(y, \theta) = p(\theta|y) \cdot p(y) = p(y|\theta) \cdot p(\theta) \quad (6)$$

buradan da;

$$p(\theta|y) = p(\theta) \cdot p(y|\theta) / p(y) \quad (7)$$

bulunur.  $p(y)$  gözlemlere ait olasılığı vermektedir.  $p(y)$ 'nin açılımı; eğer ki gözlemler sürekli özellik gösteriyorsa,

$$p(y) = \int p(y|\theta) \cdot p(\theta) d\theta$$

olur. Kesikli ise;

$$p(y) = \sum p(y|\theta) \cdot p(\theta)$$

şeklinde yazılır ve eşitlik ön bilgi olasılığı ve son bilgi olasılığı ile birlikte yazıldığında;

$$p(\theta|y) \propto p(\theta) \cdot l(y|\theta) \quad (8)$$

veya

**Son bilgi olasılığı  $\propto$  ön bilgi olasılığı  $\times$  maksimum olabilirlik fonksiyonu**

halini alır. Buradaki  $\propto$  işareti oransallığı ifade etmektedir (Box ve Tiao, 1992; Congdon, 2003; Ekici, 2005; Kinas ve Andrade, 2007; Çevik,

2009). Verilen (8) eşitliği, parametre tahmininde kullanılacak olasılık yoğunluk fonksiyonunu vermektedir.

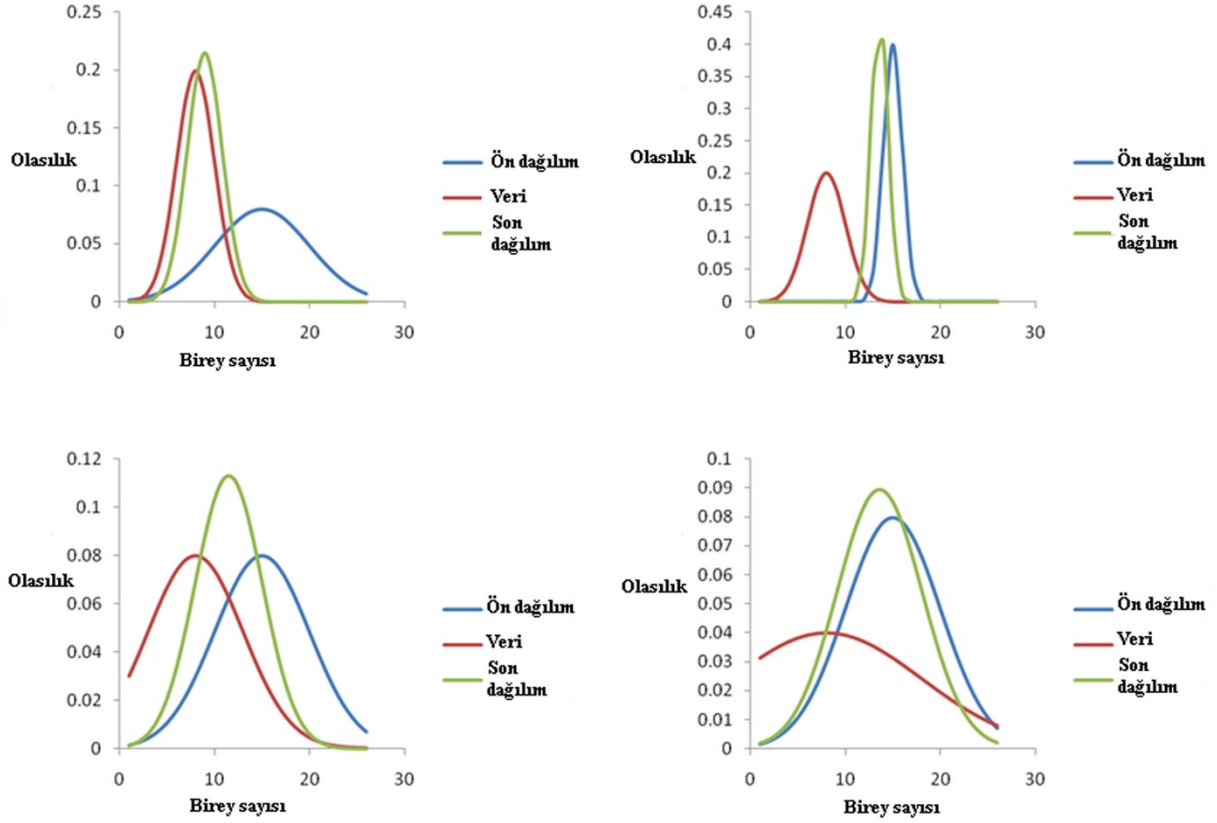
### Ön Bilgi Dağılımları ve Son Bilgi Dağılımları

Bayesyen yaklaşımda, klasik istatistiki yöntemlerden farklı olarak örnekten elde edilen bilginin yanı sıra ön bilgi dağılımlarının da kullanılması, bazı problemler ortaya çıkarmaktadır. Bu problemlerden en önemlisi ise parametrenin yapısının ön bilgi dağılımının seçimini etkilediği gerçeğidir. Zaman içerisinde bu problemten kaynaklı olarak ön bilgi dağılımlarının belirlenmesinde üç farklı metot ortaya çıkmıştır. Bunlar; bilgi içermeyen ön bilgi dağılımı (noninformative), eşlenik ön bilgi dağılımı (conjugated) ve subjektif ön bilgi dağılımıdır. Bilgi içermeyen ön bilgi dağılımı kullanıldığında analiz sonucunda klasik yaklaşımlarla benzer sonuçlar elde edilirken, eşlenik ön bilgi dağılımı ve subjektif ön bilgi dağılımı ile belirlenen ön bilgi dağılımları kullanıldığında elde edilen sonuçlar klasik yaklaşımdan farklı olmaktadır. Çünkü bu her iki dağılım da, ek bilgileri ön bilgi olarak analize dahil etmektedir. Tablo 1'de eşlenik ön bilgi dağılımı kullanıldığında elde edilmesi gereken son bilgi dağılımları verilmiştir. Tablo 1'den de anlaşılacağı üzere verinin sahip olduğu dağılım ve ön bilginin sahip olduğu dağılım ile son bilgi dağılımı bir birleriyle uyumlu olmak zorundadır. Şekil 1'de de örnek olarak farklı birey sayısına sahip dört farklı popülasyonun birey sayısı tahmininde ön bilgi dağılımının meydana getirdiği değişim görülmektedir.

**Tablo 1.** Verinin maksimum olabilirlik fonksiyonları, Eşlenik Ön Bilgi Dağılımları ve Son Bilgi Dağılımları

**Table 1.** Likelihood Functions of Data and Their Prior Conjugate and Posterior Distributions

Maksimum Olabilirlik Fonksiyonu	Eşlenik Ön Bilgi Dağılımı	Son Bilgi Dağılımı
Binom	Beta	Beta
Negatif Binom	Beta	Beta
Normal	Normal	Normal
Poisson	Gama	Gama
Üstel	Gama	Gama
Gama	Gama	Gama
Bernoulli	Beta	Beta



**Şekil 1.** Farklı populasyonlara ait ön bilgi, veri yapısı ve son bilgi dağılımlarının birbirlerine göre durumu

**Figure 1.** Statement of different prior, likelihood and posterior distribution of different population

Bayesyen yaklaşımda, ön bilgi dağılışı ve mevcut çalışmadan elde edilen veriyi koşullu olarak kullanarak son bilgi dağılışı kolayca belirlenebilmektedir. Teorik olarak böyle olmasına karşın pratikte çoğu zaman parametreye ait son bilgi dağılışı kolayca elde edilemez. Bu gibi durumların çözümü için birçok yöntem ortaya konulmuştur. Monte Carlo integrasyonu bu yöntemlerden biridir. Monte Carlo yöntemi fizik biliminde şans sayısı türetilerek integral hesaplanması için geliştirilmiş bir metottur. Ancak Bayesyen yaklaşımda ve ilgili birçok alanda da yaygın olarak kullanılmaktadır. Yine bunun yanında Bayesyen yaklaşımda Monte Carlo integrasyonunun birlikte kullanıldığı Markov Zinciri yöntemi de işin içine girmektedir. Buna göre bu yöntem; herhangi bir  $t$  anında, şans değişkeni olan  $X_t$ 'nin, alacağı mümkün  $x$  değerlerinden oluşan durum uzayındaki farklı değerlerinin meydana geliş olasılıklarının sadece şans değişkenlerinin mevcut değerlerine bağlı olarak bulunabileceğini gösteren bir süreçtir (Ekici 2005). Süreç olarak nitelendirilmesinin nedeni de örnek seçiminin bir seri işlemle yapıl-

ması ve bu işlemlerin birbiri ardı gerçekleşen örnekleme yöntemi olmasından kaynaklanmaktadır. Markov Zinciri Monte Carlo (MZMC) yöntemleri stokastik süreçlerdir. Modele ait parametrelerin marjinal son bilgi dağılımlarını yorumlamada oldukça işlevsel olan bu yöntemlerden en önemlisi ve su ürünleri araştırmalarında da yaygın olarak kullanılan Gibbs Örnekleme yöntemiştir. Bu yöntemle, şartlı yoğunluk fonksiyonlarının hepsinden örnekleme yapmak suretiyle, modeldeki tüm parametrelerin ortak yoğunluk fonksiyonuna bir yaklaşımda bulunulur (Fırat 2002). Tüm bu analizlerin de kolayca yapılabildiği bir de program mevcuttur.

### BUGS Paket Programı

Bayesian inference Using Gibbs Sampling (BUGS) programı Cambridge Üniversitesinde 1996 yılında geliştirilmiştir (<http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/winbugs/contents.shtml>). Bu program yardımıyla Bayesyen istatistiksel yöntemin her türlü uygulaması pratik bir şekilde gerçekleştirilebilmektedir (Meyer ve Millar 1999). Program, MCMC kullanarak karmaşık modelle-

rin Bayesyen yaklaşımla analizini gerçekleştirmek üzere oluşturulmuştur. Temel olarak bir modelin parametrelerini tahmin etmek amacıyla çeşitli şekillerde elde edilmiş güncel verinin ön bilgileri ile birleştirilerek tahmin yapılması ilkesine dayanmaktadır. Ön bilgi olasılıkları ile mevcut bilginin birleştirilip son bilgi dağılımını oluşturulmasında Gibbs Örnekleme yöntemi kullanılmaktadır. Programın ismi de buradan gelmektedir.

### Su Ürünlerinde Bayes Teoremi

İstatistikî yaklaşımda Bayesyen uygulaması, özellikle çevre bilimlerinde ve balıkçılıkta son 20 yıldır oldukça iyi bir gelişme sağlamıştır. Özellikle Hilborn ve diğ., (1993) ile Ludwig ve diğ., (1993)'nin yaptıkları çalışmalar balıkçılık araştırmaları için başlangıç çalışmaları olarak görülmektedir (Kinas ve Andrade, 2007). Bu çalışmaların ardından Bayesyen yaklaşımı doğal bir alternatif haline gelmiştir. Bu süre zarfında, model kurgusundaki esneklik ve birçok veri kaynağından faydalanılabilmesi nedeniyle bu teorem, birçok alanda, oldukça cazip hale gelmiştir (Punt ve Hilborn, 1997; Mc Allister ve Ianelli, 1997; Millar, 2002; Michielsen ve diğ., 2008; Punt ve diğ., 2011; Juntunen ve diğ., 2012). Bayesyen yaklaşımı, stok tahmini, popülasyon modellemesi, ve büyüme parametrelerinin tahmini gibi alanlarda çeşitli uygulamalara sahiptir (Chen ve Holtby, 2002; Helser ve Lai, 2004; Siengfried ve Sansó, 2006; Helser ve diğ. 2007). Bu uygulamalarda temel olarak iki yaklaşım ön plana çıkmaktadır. Bunlar durum uzayı modellemesi (state-space modelling) ve hiyerarşik meta analizi (hierarchical meta analysis). Her iki yaklaşım da yaygın olarak kullanılan ve her geçen gün gelişen yaklaşımlardır.

Durum uzayı modelleri, 1960'lardan bugüne mühendislik, ekonomi ve ekoloji gibi birçok alanda uygulama alanı bulmuş matematiksel bir modelleme yöntemidir. Bunun yanında birçok fiziki, biyolojik ve ekonometrik sürecin modellenmesinde de kullanılmaktadır. Durum uzayı, gözlenebilen (observed) ve gözlenemeyen (unobserved) dinamik bir sistemin matematiksel yaklaşımla ifade edilmiş şeklidir. Özellikle, modellemenin daha düzgün ve işlevsel olabilmesi için gözlenemeyen değişkenleri de sisteme katmaktadır. Bu şekilde oluşturulan bir modele daha sonra kolaylıkla Kalman filtresi yöntemi ya da olabilirlik yöntemi uygulanabilmektedir (Rivot ve diğ., 2004; Yaşar, 2008).

Durum uzayı modeli içerisinde iki tip eşitlik bulunan bir modelleme yöntemidir. Bu eşitliklerden biri sistemin gerçek dinamiğini tanımlayan durum ya da geçiş eşitliği, diğeri de toplanan veriye gizlenmiş olan sistem dinamiğini ifade eden gözlem eşitliğidir (Meyer ve Millar, 1999; Rivot ve diğ., 2004; Yaşar, 2008).

Hiyerarşik model ise özellikle karmaşık modellerin analizinde bize oldukça büyük bir kolaylık sağlayan Bayesyen yaklaşımdır (McCarthy 2007). Özellikle tahmin edilecek parametre sayısı fazla ve bu parametreler de birbirleriyle bağlantılı ise, parametreler arası bağımlılık söz konusu olacak ve bu da elde edilen sonucu olumsuz yönde etkileyecektir. Bu bağımlılığın modele yansıtılması bu problemin ortadan kaldırılmasına yardımcı olacaktır. Bu durumda uygulanan en iyi yöntemlerden biri de hiyerarşik analizdir (McCarthy, 2007; Congdon, 2010; Karadağ, 2011; Lunn ve diğ., 2013). Hiyerarşik analiz MZMC ile birlikte uygulandığında daha güvenilir ve yansız sonuçlar vermektedir (Karadağ 2011).

### Bulgular ve Tartışma

Uygulama için Mart, Nisan ve Ekim 2012 tarihlerinde İskenderun körfezinden araştırma avcılığıyla elde edilen 141 *Mullus barbatus barbatus*'a ait boy ve ağırlık verileri kullanılmıştır. Veriler hem klasik doğrusal regresyon yöntemiyle, hem de Bayesyen doğrusal regresyon yöntemiyle analiz edilmiştir. Böylelikle her iki yöntem kıyaslanıp farkları ortaya konulmuştur.

Bayesyen yöntem için regresyon parametreleri olan a ve b için ön bilgi dağılımı olarak Fishbase.org sitesinde yer alan ilgili türe ait 54 farklı çalışmadan elde edilen a ve b değerlerinin ortalaması ve varyansı eşlenik normal ön bilgi dağılımı olacak şekilde kullanılmıştır. Bayesyen yaklaşımın uygulaması için OpenBUGS v3.2.2 (Spiegelhalter ve diğ., 2003) paket programı kullanılmış ve aşağıdaki kod yardımıyla analiz yapılmıştır.

*model{*

*loga~dnorm(-4.7217,0.0465)*

*a<-exp(loga)*

*b~dnorm(3.11,0.0264)*

*residual\_sd~dunif(0.00001,100)*

*inv\_var<-1/pow(residual\_sd,2)*

```

for(i in 1:N){
  logw[i]~dnorm(mean[i],inv_v
ar)
  mean[i]<-
loga+b*logL[i]+0.5/inv_var
}
}

```

```
list(N=141)
```

```
logL[] logw[]
```

Klasik regresyon analizinin uygulaması ise Excel yardımıyla yapılmıştır.

Yapılan analiz sonucunda klasik yöntemle elde edilen sonuçlar tablo 2'deki gibi bulunmuştur.

Bayesyen yöntemle elde edilen sonuçlar tablo 3'deki gibi bulunmuştur. Parametre tahminlerine ait son bilgi olasılıkları da şekil 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Klasik Doğrusal Regresyon Yöntemiyle Parametre Tahmini

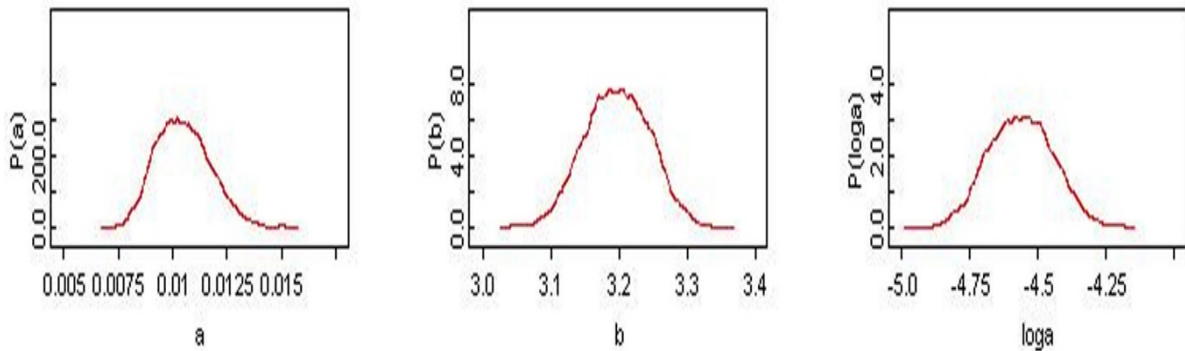
**Table 2.** Parameter Estimation of Classical Linear Regression Method

Parametre	Tahmin	Std. Hata	p	95%'lik Güven Sınırları	
				Alt	Üst
Ln(a)	-4.563	.115	.000	-4.824	-4.302
b	3.198	.047	.000	3.093	3.304

**Tablo 3.** Bayesyen Doğrusal Regresyon Yöntemiyle Parametre Tahmini

**Table 3.** Parameter Estimation of Bayesian Linear Regression Analysis

Parametre	Ort.	Std. Sap.	MC Hata	95%'lik GüvenSınırları			Zincir Başlangıcı	Zincir Uzunluğu
				Alt	Ortanca	Üst		
a	0.011	0.0013	0.00006	0.008	0.010	0.013	10000	90001
b	3.197	0.0489	0.00244	3.102	3.197	3.290	10000	90001
Ln(a)	-4.563	.121	0.00605	-4.794	-4.563	-4.327	10000	90001



**Şekil 2.** Bayesyen doğrusal regresyon yöntemiyle yapılan parametre tahminlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonu

**Figure 2.** Probabilty and density function of posterior distribution of parameters

Herhangi bir parametre için yapılan tahminin isabetli bir tahmin olup olmadığı, elde edilen tahmine ait standart hata ve güven aralıkları gibi ölçülere bakılarak karar verilir. Tahminin küçük standart hatası ve dar güven aralığına haiz olması demek tahminin isabet derecesinin de güçlü olduğunu ortaya koyar (Mosteller ve Tukey, 1977; Draper ve Smith, 1998; Rawlings ve diğ., 1998; Rao ve Toutenburg, 1999; Freund ve diğ., 2006).

Tablo 1 ve tablo 2’de verilen sonuçlardan da anlaşılacağı üzere Bayesyen yöntemle elde edilen tahminlerin hataları daha düşük güven aralıkları daha dardır. Bunun yanında Bayesyen yöntemde parametre tahmini bir değer olmaktan ziyade bir olasılık belirtmektedir ki bu da sonucun hangi olasılıkla nerede olduğunu ifade eder. Bu, Bayesyen olasılıksal metodun doğasıyla ilgili bir durumdur (Lunn ve diğ., 2013). Yine eşlenik ön bilgi dağılımının kullanılması, geçmiş bilginin parametre tahminini ne denli etkilediğinin bir kanıtıdır. Çünkü klasik regresyonda ön bilgi dağılımı olarak geçmiş çalışmalar modele eklenmekte bu da sadece örnekten elde edilen tahminle yetinildiğini göstermektedir. Oysaki geçmiş çalışmalardan elde edilen değerler ön bilgi olasılığı olarak modele eklenmesi sonucunda hem tahminin örnekten kaynaklı hatasını azaltmış hem de tahminin isabet derecesini arttırmış olmaktadır. Nitekim elde edilen sonuçlar bu durumun önemli bir kanıtı niteliğini taşımaktadır.

## Sonuç

Yaptığımız çalışmadan ve elde ettiğimiz sonuçlardan da anlaşılacağı üzere Bayesyen metodu ile yapılan tahminler dar güven aralığına ve düşük standart hataya sahiptir. Bu da tahmin problemlerinde özellikle de su ürünleri alanındaki tahmin problemlerinde geniş bir uygulama alanına sahip olacağı anlamına gelmektedir. Bu çalışmayla birlikte su ürünleri alanında, ülkemizde söz konusu yöntemin bu çalışmayla birlikte git-tikçe önem kazanacağı ve araştırmaların da artacağı düşünülmektedir.

## Teşekkür

Bu makalenin uygulama kısmında kullanılan veriler, SÜF2011BAP7 nolu Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar Proje Başkanlığı projesinden yararlanılarak elde edilmiştir.

## Kaynaklar

- Box, G.E.P., Tiao, G.C., (1992). Bayesian inference in statistical analysis, Wiley Classics Library Edition, John Wiley&Sons, New York.
- doi: [10.1002/9781118033197](https://doi.org/10.1002/9781118033197)
- Chen, D.G., Holtby, L.B., (2002). A regional meta-model for stock-recruitment analysis using an empirical Bayesian approach, *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 59: 1503–1514. doi:10.1139/f02-118.
- doi: [10.1139/f02-118](https://doi.org/10.1139/f02-118)
- Congdon, P., (2003). Applied bayesian modeling. Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley&Sons, London.
- doi: [10.1002/0470867159](https://doi.org/10.1002/0470867159)
- Congdon, P., (2010). Applied Bayesian hierarchical methods, Chapman&Hall/CRC, Taylor&FrancisGroup, Boca Raton.
- Çevik, M., (2009). Doğrusal olmayan Bayesçi regresyon ve yüksek rrekanslı ses sistemlerinde bir uygulama. Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.
- DeGroot, M.H., (1989). Probability and statistics, Addison Wesley Publishing Company. USA.
- Draper, N., Smith, H., (1998). Applied regression analysis. 3rd ed. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons. New York, USA.
- Ekici, O., (2005). Bayesyen regresyon ve WinBUGS ile bir uygulama, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.
- Ekici, O., (2009). İstatistikte Bayesyen ve klasik yaklaşımın farklılıkları, *Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12(21): 89-101.
- Fırat, M.Z., (2002). Gibbs örnekleme ile karışık doğrusal bir modeldeki varyans unsurları hakkında Bayesian yorumlama, *İstatistik Araştırma Dergisi*, 1(2): 225-235.

- Freund, R.J., Wilson, W.J., Sa, P., (2006). Regression analysis, 2nd ed., Academic Press, Elsevier, USA.
- Helser, E.T., Lai, H.L., (2004). A Bayesian hierarchical meta-analysis of fish growth with an example for North American Large mouth bass *Micropterus salmoides*, *Ecological Modelling*, 178:399-416.  
**doi: [10.1016/j.ecolmodel.2004.02.013](https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2004.02.013)**
- Helser, E.T., Stewart J.I., Lai, H.L., (2007). A Bayesian hierarchical meta-analysis of growth for the genus *Sebastes* in the Eastern Pacific Ocean, *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 64: 470-485.  
**doi: [10.1139/f07-024](https://doi.org/10.1139/f07-024)**
- Hilborn, R., Pikitch, E.K., McAllister, M.K., (1994). A Bayesian estimation and decision analysis for an age-structured model using biomass survey data, *Fisheries Research*, 19: 17-30.  
**doi: [10.1016/0165-7836\(94\)90012-4](https://doi.org/10.1016/0165-7836(94)90012-4)**
- Juntunen, T., Vanhatalo, J., Peltonen, H., Mantyniemi, S., (2012). Bayesian spatial multispecies modelling to assess pelagic fish stocks from acoustic and trawl survey data, *ICES Journal of Marine Sciences*, 69(1):95-104.  
**doi: [10.1093/icesjms/fsr183](https://doi.org/10.1093/icesjms/fsr183)**
- Karadağ, Ö. (2011). Bayesçi hiyerarşik modeller, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Ankara.
- Kinas, P.G., Andrade, A.H., (2007). Bayesian statistics for fishery stock assessment and management: a synthesis, *Pan-American Journal of Aquatic Science*, 2(2):103-112.
- Lee, P.M., (2004). Bayesian statistics an introduction, Oxford University Press. New York, USA.
- Lindley, D.V., (1972). Bayesian statistics: A review. Society for industrial and applied mathematics, Philadelphia USA.
- Link, W.A., Barker, R.J., (2010). Bayesian inference for ecological application, Elsevier Academic Publication, California.
- Ludwig, D., Hilborn, R., Walters, C., (1993). Uncertainty, resource exploitation, and conservation: lessons from history, *Science (Washington)*, 260(5104): 17-36.  
**doi: [10.1126/science.260.5104.17](https://doi.org/10.1126/science.260.5104.17)**
- Lunn, D., Jackson, C., Best, N., Thomas, A., Spiegelhalter, D., (2013). The BUGS book, a practical introduction to Bayesian analysis, Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group, Boca Raton.
- McAllister, M.K., Ianelli, J.N., (1997). Bayesian stock assessment using catch-age data and the sampling-importance resampling algorithm, *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 54: 284-300.  
**doi: [10.1139/cjfas-54-2-284](https://doi.org/10.1139/cjfas-54-2-284)**
- Mc Charty, M.A. (2007). Bayesian methods for ecology, Cambridge University Press, New York.
- Meyer, R., Millar, R.B., (1999). BUGS in Bayesian stock assessment, *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 56: 1078-1086.  
**doi: [10.1139/f99-043](https://doi.org/10.1139/f99-043)**
- Michielsens, C.G.J., Mcallister, M.K., Kuikka, S., Mantyniemi, S., Romakkaniemi, A., Parkarinen, T., Karlsson, L., (2008). Combining multiple Bayesian data analyses in a sequential framework for quantitative fisheries stock assessment, *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 65: 962-974.  
**doi: [10.1139/f08-015](https://doi.org/10.1139/f08-015)**
- Millar, R., (2002). Reference priors for Bayesian fisheries models, *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 59: 1492-1502.  
**doi: [10.1139/f02-108](https://doi.org/10.1139/f02-108)**
- Mosteller, F., Tukey, J.W., (1977). Data analysis and regression. A second course in statistics, Addison-Wesley Series in Behavioral Science.
- Punt, A., Hilborn, R., (1997). Fisheries stock assessment and decision analysis: The Bayesian approach, *Reviews in Fish Biology and Fisheries*, 7: 35-63.  
**doi: [10.1023/A:1018419207494](https://doi.org/10.1023/A:1018419207494)**
- Punt, A.E., Smith, D.C., Smith, A.D.M., (2011). Among stock comparisons for improving stock assessments of data-poor stocks: the “RobinHood” approach, *ICES Journal of Marine Science*, 68: 972-981.  
**doi: [10.1093/icesjms/fsr039](https://doi.org/10.1093/icesjms/fsr039)**



- Rawlings, J.O., Pantula, S.G., Dickey, D.A., (1998). Applied regression analysis: a research tool, Springer. Rao, C.R., Toutenburg, H., (1999). Linear models: Least squares and alternatives, Springer Series in Statistics. New York, USA.
- Rivot, E., Prévost, E., Parent, E., Bagliniere, J.L., (2004). A Bayesian state-space modelling framework for fitting a salmon stage-structured population dynamic model to multiple time series of field data, *Ecological Modelling*, **179**(4): 463-485.  
**doi: [10.1016/j.ecolmodel.2004.05.011](https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2004.05.011)**
- Savchuk, V.P., Tsokos, C.P. (2011). Bayesian theory and methods and applications, Atlantis Press, Paris.  
**doi: [10.2991/978-94-91216-14-5](https://doi.org/10.2991/978-94-91216-14-5)**
- Siengfried, K.L., Sansó, B., (2006). Two bayesian methods for estimating parameters of the von bertalanffy growth equation, *Environmental Biology of Fishes*, **77**: 301-308.  
**doi: [10.1007/s10641-006-9112-6](https://doi.org/10.1007/s10641-006-9112-6)**
- Spiegelhalter, D., Thomas, A., Best, N., Lunn, D., (2003). OpenBUGS version 3.2.2. user manual, MRC Biostatistics Unit, Cambridge, U.K.
- Wade, P.R., (2000). Bayesian methods in conservation biology, *Conservation Biology*, **14**(5): 1308-1316.  
**doi: [10.1046/j.1523-1739.2000.99415.x](https://doi.org/10.1046/j.1523-1739.2000.99415.x)**
- Yaşar, P., (2008). Alternatif hasıla açığı tahmin yöntemleri ve Philips eğrisi: Türkiye üzerine bir çalışma. DPT Ekonomik Modeller ve Stratejik Araştırmalar Genel Müdürlüğü.